

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОКОВОГО МЕХАНИЗМА ГЕНЕРАЦИИ ВОЛН ЦУНАМИ

В.В. Бабайлов, Д.Б. Дамбиева, Г.С. Хакимзянов, Л.Б. Чубаров

Новосибирск (*Новосибирский государственный университет,
Институт вычислительных технологий СО РАН*)

Аннотация

Рассматриваемый в настоящей работе класс задач связан с исследованиями механизма возникновения волн на свободной поверхности акваторий в результате образования трещин в толще дна и сопутствующего изменения структуры донных пород. Возможность такого рода событий подтверждается, например, показаниями очевидцев Измитского землетрясения 1999 г. [1], утверждающих, что в одном из мелководных районов Мраморное море осушалось полностью за счет стока воды в трещины дна, и осушенные участки дна обнажались на большой площади. Другой пример связан с библейской историей и называется часто эффектом Моисея. Для этого механизма (будем называть его «стокowym») характерны ярко выраженная нелинейность и разрывность, а также быстротечность изменения формы дна. В некоторых случаях возможны осушение локальных его участков и схлопывание трещин.

Для описания процесса генерации волн стоком воды в донные щели авторами использованы нелинейная модель мелкой воды и линейная модель потенциальных течений жидкости со свободной границей, учитывающие изменения в структуре донной поверхности, которые либо имеют конечную длительность, либо носят импульсный характер. Построенные в рамках этих моделей численные алгоритмы опробованы на ряде модельных задач. Сравнение с известными экспериментальными данными показало, что полученные с их помощью результаты хорошо воспроизводят такие эффекты, как первоначальное понижение уровня воды над щелью с последующим образованием значительного возвышения, дальнейший распад этого возвышения на две волны большой амплитуды, одна из которых движется в сторону берега и может представлять существенную опасность.

Модели и алгоритмы

Исследования катастрофических и сильных землетрясений с магнитудой $M_s > 7.5$ показывают, что в зоне эпицентра возникают многочисленные открытые трещины, длина которых может превышать сотни километров, а ширина достигает – 30 – 50 м. В этой области наблюдается увеличение удельного объема среды, раскрытие микротрещин, а также значительный рост проницаемости пород дна, что, в свою очередь, приводит к стремительному стоку воды в крупные и мелкие трещины. Появление трещин в грунте при скоростях движения среды порядка 0,1 – 1,0 м/с – известный физический феномен, при этом скорость движения трещин в грунте может достигать 1 км/с. Очевидная нелинейность подобных явлений требует применения нелинейных моделей и учета изменения формы дна в пространстве и во времени.

Рассмотрим в качестве исходной нелинейную модель мелкой воды, давно и активно применяемую для воспроизведения широкого класса волновых явлений

$$U_t + F(U)_x + G(U)_y = S(U),$$

где

$$U = \begin{pmatrix} h \\ hu \\ hv \end{pmatrix}, F(U) = \begin{pmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ huv \end{pmatrix}, G(U) = \begin{pmatrix} hv \\ hvu \\ hv^2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 0 \\ ghb_x \\ ghb_y \end{pmatrix}.$$

Здесь $b = b(x, y, t)$ – функция, определяющая форму донной поверхности. Эта функция входит в формулу, задающую полную глубину: $h = \eta(x, y, t) + b(x, y, t) + H_0$, где $\eta(x, y, t)$ – возмущение свободной поверхности, H_0 – ее начальный уровень. Вычислительный алгоритм строится на основе противопотокового метода Годунова, основанного на решении задачи Коши-Римана (задачи распада разрыва). Как показали предыдущие исследования авторов, этот алгоритм адекватно воспроизводит не только гладкие, но и разрывные течения, а также движения по сухому руслу [2], [3].

Для однородной задачи в одномерном случае общий вид консервативной схемы первого порядка точности, построенной методом конечных объемов, выглядит следующим образом

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[F_{i+\frac{1}{2}} - F_{i-\frac{1}{2}} \right],$$

где для вычисления потока $F_{i+\frac{1}{2}}$ необходимо решить задачу Коши-Римана в области $[x_i, x_{i+1}] \times [t^n, t^{n+1}]$

$$\begin{cases} U_t + F(U)_x = 0 \\ U(x, t^n) = \begin{cases} U_i^n, & \text{если } x < x_{i+\frac{1}{2}} \\ U_{i+1}^n, & \text{если } x > x_{i+\frac{1}{2}} \end{cases} \end{cases}.$$

Решением этой задачи является функция $U(x, t) = U_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{x}{t} \right)$, где x, t – локальные координаты. Тогда поток в схеме Годунова определяется по формуле $F_{i+\frac{1}{2}} = F \left(U_{i+\frac{1}{2}}(0) \right)$, при этом шаг по времени вычисляется в соответствии с условием устойчивости

$$\Delta t = \frac{C_{eff} \Delta x}{S_{max}^n},$$

где $0 < C_{efl} < 1$ – число Куранта, $S_{\max}^n = \max_i \{ |u_i| + \sqrt{gh_i} \}$ – максимальная скорость распространения возмущений. Приведенные ниже результаты были получены при значении числа Куранта, равном 0.9.

Для решения неоднородной задачи использовался численный алгоритм

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[F_{i+\frac{1}{2},j} - F_{i-\frac{1}{2},j} \right] - \Delta t S^x(h_{i,j}^{n+1}, \tilde{u}_{i,j}^{n+1}, \tilde{v}_{i,j}^{n+1}),$$

где $\tilde{u}_{i,j}^{n+1}$ и $\tilde{v}_{i,j}^{n+1}$ определяются из решения системы однородных уравнений. При этом производные функции, задающей изменение формы дна, вычисляются с помощью направленных разностей.

Рассмотренная выше модель является нелинейной, однако вблизи глубоких трещин, где существенное влияние на картину течения оказывают вертикальные перемещения жидкости, она может давать значительные погрешности. По этой причине для более детального моделирования генерации поверхностных волн, возникающих при кратковременном оттоке воды в трещины, необходимо использовать нелинейные модели, учитывающие перемещения жидкости в вертикальном направлении. Простейшей из таких моделей является модель плоских потенциальных течений идеальной несжимаемой жидкости со свободной границей.

В настоящей работе используется конечно-разностный алгоритм, основанный на линейной модели потенциальных течений. В рамках этой модели постановка задачи следующая. В ограниченной области, соответствующей бассейну с горизонтальным неподвижным дном, решается смешанная задача для уравнения Лапласа. Решение должно удовлетворять однородному условию Неймана на дне всюду, за исключением его небольшого участка, где происходит вытекание жидкости и на котором условие Неймана является неоднородным. Однородное условие Неймана задается также на боковых стенках бассейна. На свободной границе задаются кинематическое и динамическое условия. В начальный момент времени задаются нулевые начальные условия, что соответствует состоянию покоя жидкости с невозмущенной свободной поверхностью.

Для решения сформулированной задачи разработан алгоритм, состоящий на каждом шаге по времени из трех этапов. На первом этапе аппроксимируется динамическое условие и ищется значение потенциала на верхней границе области. На втором этапе определяется значение потенциала во всей области на основе уравнения Лапласа, которое аппроксимируется со вторым порядком, причем не только во внутренних узлах, но и в граничных узлах, в которых задано условие Неймана. И, наконец, на третьем этапе на основе конечно-разностной аппроксимации кинематического условия определяется положение свободной границы. Алгоритм расчета подробно описан в работе [6]. Работоспособность алгоритма и высокая точность численного решения подтверждены известным точным реше-

нием тестовой задачи о колебаниях жидкости в бассейне с непроницаемыми боковыми стенками и полностью непроницаемым дном. Ясно, что расчеты по этой линейной модели могут носить лишь предварительный характер, поскольку рассматриваемые волновые процессы имеют существенно нелинейный характер.

Вычислительные эксперименты

Постановка задачи для вычислительных экспериментов была непосредственно связана с серией лабораторных исследований, выполненных сотрудниками Института морской геологии и геофизики ДВО РАН [5]. Соответствующее устройство изображено на рис.1. Начальные данные для первых модельных расчетов выбирались на основе характеристик этого лотка, в центре которого имеются решетка для имитации системы трещин и механизм, открывающий ее для стока воды и закрывающий в нужный момент.



Рисунок 1. Экспериментальный лоток ИМГиГ ДВО РАН (г. Южно-Сахалинск).

Квазиодномерная задача формулировалась в предположении образования одной трещины, которая возникает либо мгновенно, либо за конечное время и в последующем соответствующая модификация рельефа дна либо сохраняется, либо исчезает в результате «закрытия» трещины. При этом изменялись геометрические параметры такой трещины. В некоторых случаях возникало осушение участка дна, по которому перемещались волновые образования. Все расчеты выполнялись с использованием двумерной модели и двумерного алгоритма.

Размер L_x расчетной области по оси Ox – равнялся 3 м, а по оси Oy – $L_y = 0,6$ м. Равномерная расчетная сетка с одинаковыми пространственными шагами состояла из $n_x \times n_y = 151 \times 31$ узлов. При этом на длину трещины приходилось 30 узлов. Глубина невозмущенного слоя воды равнялась $H_0 = 0,4$ м, длина трещины вдоль оси Ox – $L_1 = 0,6$ м (вдоль оси Oy трещина простирается на всю ширину области L_y), характерная глубина трещины:

$H_1 = 0,2$ м. На боковых границах области $x=0$ и $x=L_x$ ставились условия свободного прохода, а на границах $y=0$ и $y=L_y$ – условия непротекания.

Характерные параметры возникновения трещины таковы: время – $t_0 = 0,1$ сек, скорость распространения возмущения – $v_0 = \sqrt{gH_0}$ м/сек, скорость образования трещины – $v = H_1/t_0$ м/сек. Форма трещины определялась соотношениями

$$b_0(x') = \begin{cases} -\frac{1}{2} \left(\cos \left(\left(\frac{x'}{L_1} - 1 \right) \pi \right) + 1 \right), & \text{и } \delta \text{è } x' \in [0, L_1], \\ 0, & \text{и } \delta \text{è } x' \notin [0, L_1], \end{cases}$$

так, что ее края гладко примыкают к краям невозмущенных фрагментов дна. Динамика модифицируемого фрагмента дна задавалась соотношением

$$b(x', t) = \begin{cases} \frac{t}{t_0} \cdot H_1 \cdot b_0(x'), & t \in [0, t_0], \\ H_1 \cdot b_0(x'), & t \in (t_0, \infty), \end{cases}$$

где $x' = x - (L_x - L_1)/2$.

Процесс генерации волн в результате образования трещины представлен на рис.2. Сначала при опускании участка дна свободная поверхность практически полностью повторяет форму поверхности дна (рис.2, фрагменты а, б), затем вода начинает заполнять образовавшееся свободное пространство и над трещиной формируется локальное возвышение (рис.2с).



Рисунок 2. Формирование трещины и начального возмущения свободной поверхности: (а) – $t = 0.05$ s, (б) – $t = 0.1$ s, (в) – $t = 0.18$ s.

После этого формируются две волны понижения с достаточно крутым передним фронтом, движущиеся к противоположным границам области (рис. 3). Следует заметить, что после выхода волн за пределы области над склонами трещины остаются две стоячие волны понижения уровня (около 2,7% от глубины трещины). Скорее всего, возникновение этих особенностей связано с аппроксимацией правой части уравнения импульса, записанного в недивергентной форме.

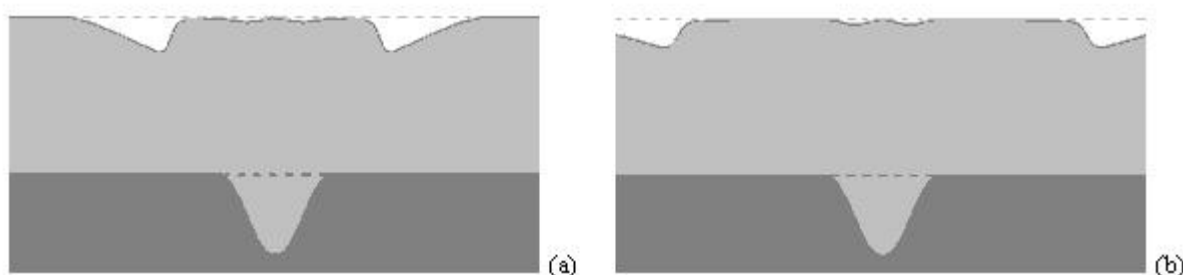


Рисунок 3. Трансформация волн, порожденных образованием «трещины». (a) – $t = 0.45 s$, (b) – $t = 0.8 s$

Более детальная информация в такого рода вычислительных экспериментах представляется обычно в форме изменения уровня свободной поверхности, рассчитанного в определенной точке расчетной области. Такие временные ряды принято называть расчетными мареограммами и связывать их с установкой виртуальных датчиков – мареографов. Мареограммы, изображенные на рис. 4, в целом подтверждают сказанное выше и, в частности (мареограмма в точке $65\Delta x$) иллюстрирует стабильность возникших стоячих формирований.

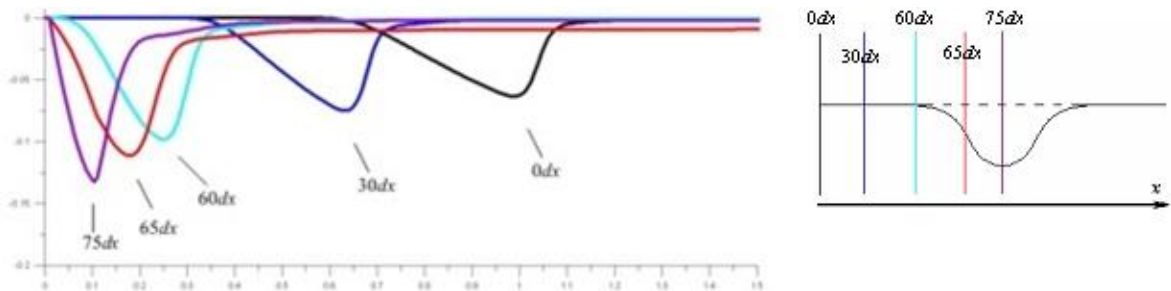


Рисунок 4. Мареограммы, записанные в ходе вычислительного эксперимента. Справа – схема установки виртуальных мареографов.

Следующая серия расчетов преследовала цель определения зависимости волновых характеристик от параметров трещины: ее длины, глубины и скорости формирования, а также закона, по которому это формирование происходит. Оценивалась величина $\max_n(|\eta_i|)$, характеризующая максимальную по модулю амплитуду волны в мареографной точке.

Сначала были выполнены расчеты при различных значениях глубины трещины $H_1 = 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6$, при этом длина и скорость деформации дна фиксировались. Расчеты показывают, что зависимость максимальной амплитуды генерируемой волны от глубины трещины близка к «квадратичной».

Следующий рисунок 5 показывает зависимость амплитуды от длины трещины, при этом фиксировались глубина трещины и скорость ее опускания. Здесь по горизонтали отложена длина трещины ($L_1 = 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9; 1.0$). Наиболее сильно зависимость проявляется над центром трещины, а мареограммы, рассчитанные в точках $30\Delta x$ и $60\Delta x$ при $L_1 = 0.6$ демонстрируют локальный максимум измеряемой величины.

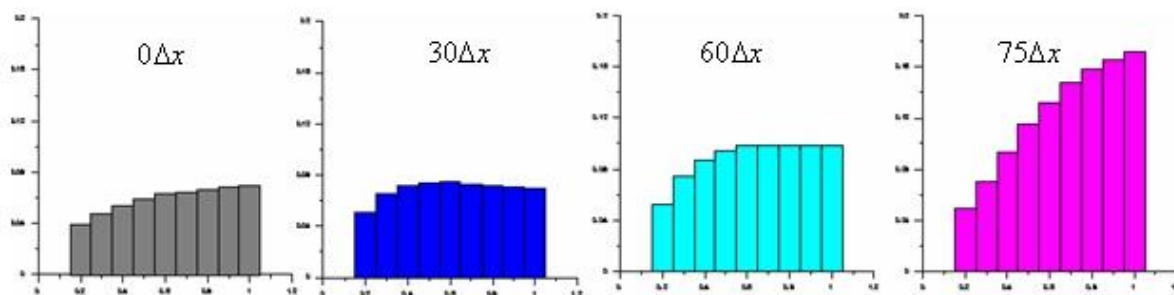


Рисунок 5. Зависимость от длины трещины.

Наконец, результаты вычислений для различных скоростей формирования трещины ($v = 0.01v_0; 0.5v_0; 0.7v_0; 0.9v_0; 1.1v_0; 1.3v_0; 1.5v_0; 100v_0$) показывают слабую зависимость максимальной амплитуды от скорости v (за исключением центральной точки). Заметим, что при мгновенном возникновении трещины (за один шаг по времени) амплитуда сформировавшейся волны практически не отличается от амплитуд, возникающих при конечных скоростях.

Различия между равноускоренным и равномерным процессами формирования трещины представлены на рис. 6. При этом неизменными оставались длина и глубина трещины, скорость равномерного трещинообразования была равна $v = \sqrt{gH_1/2}$, а ускорение при равноускоренном процессе – $a = g$. Таким образом время формирования трещины было одинаковым $t_0 \approx 0.142s$. Мареограммы показывают, что волны, возникшие при равноускоренном процессе изначально имеют небольшие отличия по форме и амплитуде от волн, возникающих при равномерном. Однако с течением времени, при подходе к границе области эти отличия становятся практически незаметными. Также видно, что в первом случае волны приходят к границам чуть раньше.

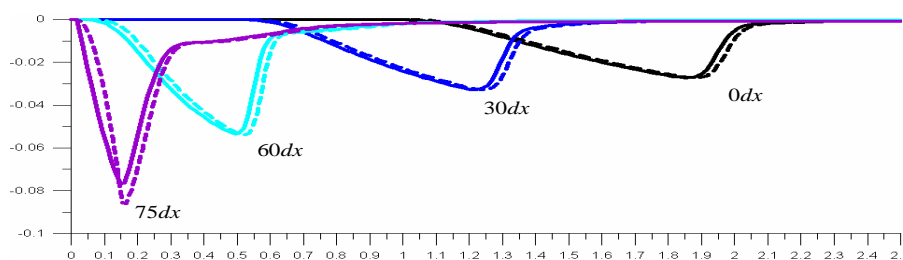


Рисунок 6. Мареограммы рассчитанные при равномерном (сплошные линии) и равноускоренном (пунктир) процессах формирования трещины.

Приближение к условиям эксперимента потребовало проведения расчетов в условиях схлопывания трещины, что в реальности может соответствовать насыщению системы микротрещин водой.

Как показывает серия изображений рис.7, сначала формируется трещина (а) и уровень свободной поверхности над ней понижается, затем процесс формирования трещины завершается ее мгновенным закрытием (б). Далее, вода начинает заполнять возникшее свободное пространство,

формируя две волны с крутыми передними фронтами (с), после взаимодействия которых над зоной трещины возникает локальное возвышение (d) и, наконец, такие волны продолжают двигаться к противоположным границам области, догоняют волны понижения уровня и уходят за границы области (e).

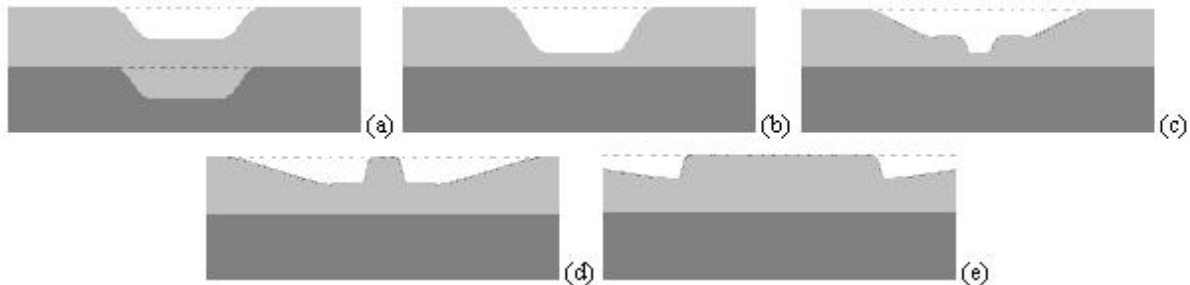


Рисунок 7. Рельеф дна и свободная поверхность в условиях схлопывающейся без осушения трещины: (a) – $t = 0.078$ сек, (b) – $t = 0.09$ сек, (c) – $t = 0.36$ сек, (d) – $t = 0.68$ сек, (e) – $t = 1.6$ сек.

В этих расчетах глубина невозмущенного слоя жидкости равнялась $H_0 = 0,13$ м, длина трещины $L_1 = 1,2$ м, при этом форма трещины предусматривает наличие в середине плоской площадки. Необходимая для выполнения расчетов гладкость рельефа дна обеспечивается сглаживанием краевых фрагментов трещины так, что на такое сглаживание приходилось по 15 узлов, а на длину серединной площадки – 30 узлов. Глубина трещины принималась равной $H_1 = 0,1$ м, скорость равномерного формирования трещины – $v = v_0$.

Результаты расчетов на основе модели потенциальных течений жидкости со свободной границей качественно согласуются с описанными выше. На рисунке 8 показаны профили свободной границы в различные моменты времени. Видно, что и по этой модели поверхность воды вначале понижается над щелью, затем образуются волны, движущиеся к стенкам бассейна, после их отражения от стенок над щелью возникает возвышение, которое вновь распадается на волны, движущиеся в противоположных направлениях. Отметим, что на этом и последующих двух графиках использованы безразмерные значения переменных. Так, безразмерные значения x и η получены делением этих размерных величин на H_0 , безразмерное время – умножением на $\sqrt{g/H_0}$.

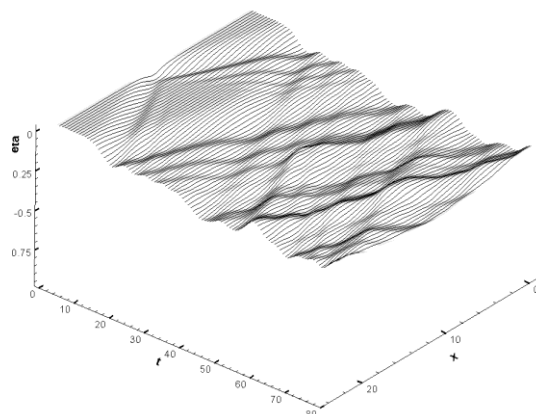


Рисунок 8. Динамика свободной поверхности для модели потенциальных течений.

По серии рисунков 9 можно наблюдать изменение поля вектора скорости во времени. На рисунке (а) - момент открытия щели; видно, что жидкость в центральной части бассейна устремляется в щель, а слева и справа от щели пока находится в состоянии покоя. На следующих двух рисунках (b, c) видны волновые процессы, происходящие в жидкости по мере ее истечения через отверстие. Последний рисунок (d) соответствует моменту времени после закрытия щели.

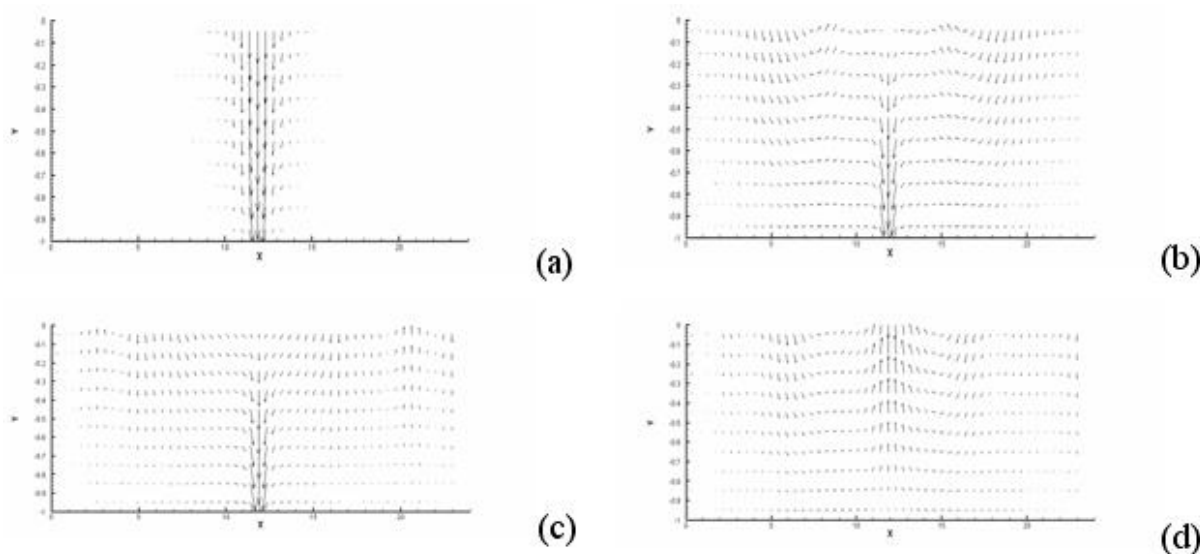


Рисунок 9. Поле вектора скорости в различные моменты времени (слева направо, сверху вниз).

На рисунке 10 приведено сравнение рассчитанных профилей поверхности жидкости с экспериментальными данными работы [5]. Видно качественное соответствие, хотя количественно профили различаются. Это связано, видимо, с тем, что в расчетах использовалась простейшая линейная модель потенциальных течений несжимаемой жидкости.

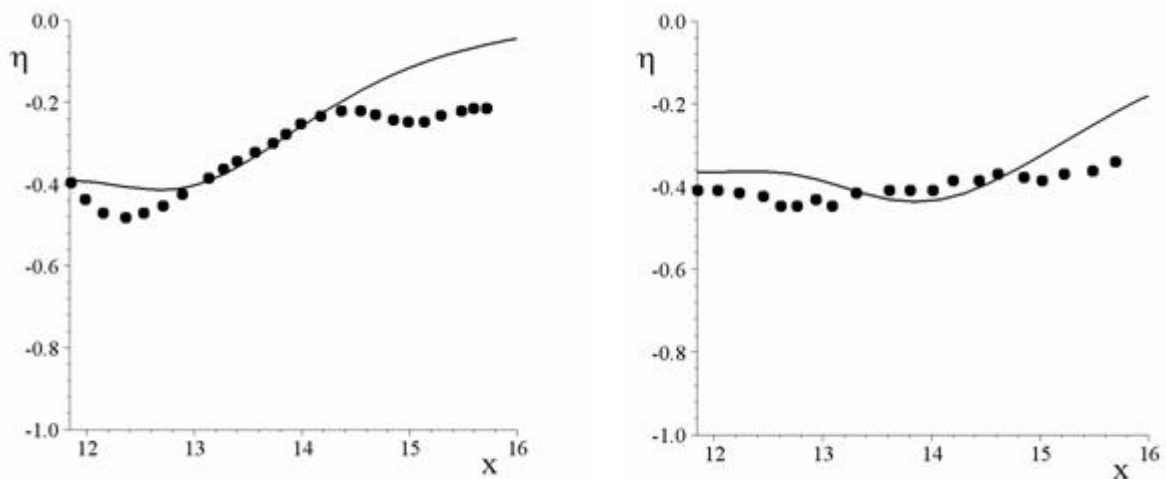


Рисунок 10. Профиль свободной поверхности в расчетах (сплошная линия) и в эксперименте (маркеры). $t = 0,96$ с. (слева); $t = 1,6$ с (справа).

Значительный интерес представляет исследование процесса, в котором при формировании трещины происходит осушение части дна. Это явление можно воспроизвести, увеличив глубину H_1 в два раза и сохранив неизменной скорость формирования трещины. Две возникшие волны направляются по сухому дну навстречу друг другу, и после их взаимодействия начинает формироваться локальное возвышение над местом трещины (рис.11). После этого формируются две волны с крутыми передними фронтами, направленные к противоположным границам области. Заметим, что при закрытии трещины не наблюдается возникновения стоячих волн с отрицательной амплитудой, как в случае без закрытия трещины.

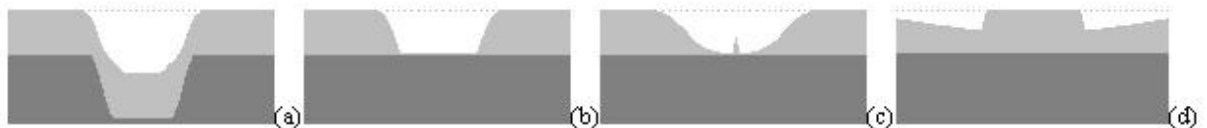


Рисунок 11. Рельеф дна и свободная поверхность в условиях схлопывающейся с осушением трещины: (a) – $t = 0.175s$, формирование глубокой трещины; (b) – $t = 0.186s$, две встречные волны, движущиеся по сухому руслу; (c) – $t = 0.33s$, начало формирования локального возвышения; (d) – $t = 1.6s$, две волны с крутыми передними фронтами.

Если закрытия трещины с площадкой в середине не происходит, то можно наблюдать, что в стороны границ области движутся по две ударные волны (см. рис. 12).

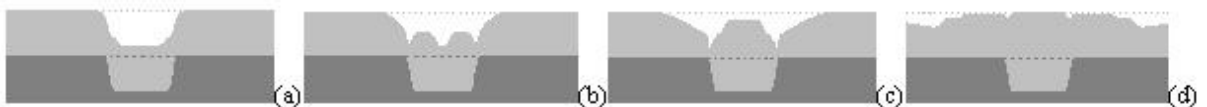


Рисунок 12. Рельеф дна и свободная поверхность в условиях не схлопывающейся трещины с плоской площадкой: (a) – $t = 0.1s$, завершение формирования трещины; (b) – $t = 0.25s$, начало образования локального возвышения в зоне трещины; (c) – $t = 0.48s$, формирование вторичных волн с крутыми передними фронтами; (d) – $t = 1.7s$, движение волновой структуры к границам расчетной области.

Это связано с тем, что после образования трещины в результате стока воды возникают две волны, направленные к противоположным краям трещины. При проходе такой волны через крутой склон трещины происходит ее частичное отражение в противоположном направлении. Все последующие отраженные волны при таких начальных данных имеют очень маленькую амплитуду и незаметны на рисунках. Заметим, что здесь для наглядности число узлов для сглаживания границ трещины было уменьшено и равнялось 5 для каждой из границ. При этом длина трещины была несколько уменьшена до $L_1 = 0,8i$.

И, наконец, несколько вычислительных экспериментов были проведены с целью определения численных эффектов, связанных с гладкостью рельефа дна в зоне трещинообразования. Прежде всего был рассмотрен случай, когда трещина представляла собой площадку, опускающуюся мгновенно (за один шаг по времени) на глубину $H_1 = 0,1i$. Длина такой площадки составляла $L_1 = 0,6i$ (30 узлов расчетной сетки), причем вертикальные края трещины не сглаживались. При этом сначала поверхность воды полностью повторяет движение дна (рис.13а), затем происходит сток воды в трещину (b), после чего образуются две пары волн с крутыми передними фронтами, движущиеся к границам области (c). Через некоторое время происходит слияние этих волн и выход их за границы области (d). После этого свободная поверхность выходит на начальный уровень и из-за недостаточной гладкости рельефа дна возникают осцилляции (e).

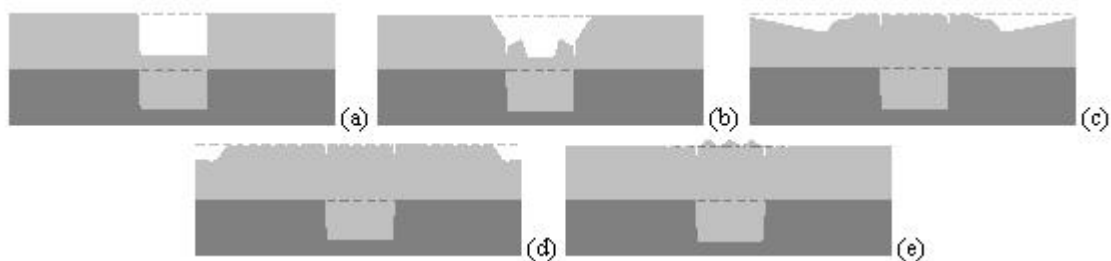


Рисунок 13. Рельеф дна и свободная поверхность в условиях не схлопывающейся трещины с плоской площадкой (без сглаживания): (a) – $t = 0.03s$, мгновенное формирования трещины; (b) – $t = 0.125s$, сток воды в трещину; (c) – $t = 1.19s$, четыре волны, движущиеся к границам области; (d) – $t = 1.91s$, слияние волн; (e) – $t = 3s$, осцилляции на свободной поверхности при выходе на исходный уровень.

Для того, чтобы уменьшить эти осцилляции достаточно выделить на зону сглаживания от 3-х до 5-ти узлов расчетной сетки. В последнем случае амплитуда осцилляций становится близкой к нулю.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Ikea, Н. Satoh, У. Ulusoy, Р. Kimura, «Split sea and walls of water. Moses' phenomenon at the Izmit earthquake, Turkey», Proc. Japan Acad., 2002, Vol. 78, Ser. B., P.55-62.
2. В.В. Бабайлов. Квалификационная работа бакалавра на тему «Численное моделирование движения оползня в рамках теории мелкой воды», НГУ, 2004.

3. В.В. Бабайлов «Сравнительный анализ конечно-разностных алгоритмов для моделирования гладких и разрывных волн в рамках теории мелкой воды». МНСК, Новосибирск, 2004.
4. В.В. Бабайлов, Квалификационная работа магистра на тему «Численное моделирование оползневых и стокового механизмов генерации волн цунами», НГУ, 2006.
5. Б.В. Левин, Ю.П. Королев, П.Ю. Королев Стоковый механизм образования цунами // Препринт, Южно-Сахалинск, ИМГиГ ДВО РАН, 2006, УДК 550.344.42+551.46.072, 21 с.
6. Д.Б. Дамбиева. Квалификационная работа бакалавра на тему «Численное моделирование генерации поверхностных волн при оттоке жидкости через стенку», НГУ, 2006.