

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ ЦУНАМИ ДВИЖЕНИЕМ ОПОЛЗНЯ С УЧЕТОМ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ¹

Ю.И.Шокин, З.И.Федотова, Г.С.Хакимзянов, Л.Б.Чубаров, С.А.Бейзель
(Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск)

Аннотация.

В статье излагаются результаты, полученные при численном исследовании механизма генерации волн цунами движением затопленного оползня, которое имитируется скольжением твердого тела по откосу. Авторами выполнен комплекс многопараметрических расчетов с помощью алгоритмов, основанных на иерархии моделей волновой гидродинамики, включающей уравнения мелкой воды и полные уравнения гидродинамики идеальной жидкости. Исследованы основные определяющие зависимости процесса волнообразования от длины и ширины оползня, от глубины его залегания и от закона движения. Сопоставление решений, полученных по приближенным и полной моделям, позволило оценить степень влияния вертикальной структуры течения и определить область применимости приближенных моделей.

1. Введение.

В последние годы опубликован ряд работ, в том числе и авторов настоящей статьи, в которых обсуждаются результаты вычислительных и лабораторных экспериментов, воспроизводящих механизм генерации поверхностных волн движением по наклонной поверхности недеформируемого твердого тела. В работах [1, 2] показано, что такой подход при надлежащей параметризации представляет адекватную схематизацию реальных оползневых процессов в широком диапазоне изменения определяющих параметров. В работах [2–5] исследовалась возможность использования приближенных математических моделей гидродинамики для описания оползневого механизма генерации поверхностных волн, при этом анализировалась необходимость учета вертикальной структуры течения. Исследования [2,4,5] показали, что на начальной стадии процесса, в случае длинной тонкой формы оползня, все модели, от классических уравнений мелкой воды до полной модели течения идеальной жидкости, хорошо описывают наиболее существенные характеристики волнообразования – принципиальное отличие волн, направляющихся в сторону берега, от волн, распространяющихся в сторону увеличения глубины, а также их форму.

Вместе с тем было показано, что для детального количественного и качественного описания явления в обширных водоемах на продолжительное время следует привлекать модели волновой гидродинамики, хорошо описывающие дисперсию и отражающие неоднородность процесса в вертикальном направлении. Что касается полной модели, то в работах [2,3,4] была продемонстрирована возможность ее использования в качестве «эталонной» модели, дающей решения, наиболее близкие к результатам лабораторного эксперимента, однако ее применение для серийных расчетов представляется пока слишком дорогостоящим.

Для детального изучения закономерностей волнообразования необходимо исследовать зависимость характеристик этого процесса от основных параметров задачи: длины и ширины оползня, глубины его залегания, закона движения. Эта необходимость инициировала комплекс многопараметрических расчетов, выполненных с помощью иерархии моделей

¹ Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации по государственной поддержке ведущих научных школ Российской Федерации (грант НШ-9886.2006.9), Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 05-05-64460, 06-05-64869), Программы комплексных интеграционных исследований СО РАН (проект 2006-2.12), Программы междисциплинарных интеграционных исследований СО РАН (проекты 2006-28, 2006-113).

волновой гидродинамики, включающей уравнения мелкой воды в приближениях, обеспечивающих учет нелинейных и дисперсионных эффектов, и полные уравнения гидродинамики идеальной жидкости. Тем самым была обеспечена возможность определения зон адекватности математических моделей путем сравнения с данными лабораторных экспериментов, в первую очередь, и сопоставлением решений, полученных по приближенным и полной моделям.

2. Схемы модельной акватории и оползневых механизмов.

Для изучения генерации поверхностных волн движущимся оползнем предложена модельная акватория, схема которой изображена на рис 1. Предполагается, что в начальный момент вода покоится, точка уреза совпадает с началом декартовой системы координат Oxz . В прибрежной зоне акватории дно состоит из склона, образующего с горизонтом угол φ , в точке $x_* = h_{const} \operatorname{ctg} \varphi$ этот участок сопрягается с областью постоянной глубины (h_{const} – глубина невозмущенной жидкости). В рамках настоящего исследования рассматриваются модели оползней, перемещающихся как недеформируемое твердое тело (все точки движутся одинаково). Такой модельный оползень располагается на склоне, и его верхняя поверхность отстоит от уровня невозмущенной жидкости на величину (см. [7])

$$h(x, t) = x \tan \varphi - \Delta h \frac{[1 + \tanh(\frac{x - x_c(t)}{S} + b)][1 - \tanh(\frac{x - x_c(t)}{S} - b)]}{[1 + \tanh(b)]^2}. \quad (1)$$

Здесь Δh – максимальная толщина оползня, $S = \cos \varphi / 2$ – параметр, характеризующий крутизну поверхности оползня. Величина b равна расстоянию между точками перегиба кривой, задающей верхнюю поверхность оползня, $x_c(t)$ – координата точки максимальной толщины тела, x_{c0} – ее начальное положение. Величина d характеризует заглубление оползня до начала движения.

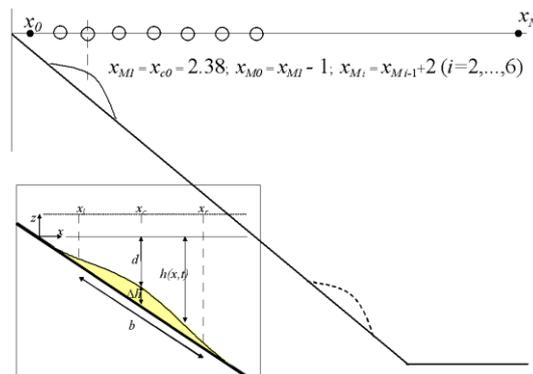


Рис. 1. Схема модельной акватории и фрагмент с указанием параметров оползня.

Границы расчетной области располагаются в точках с координатами $x_0 = 1.0$, $x_N = 41.0$, вычисления продолжаются до момента времени $t_{final} = 50.0$. На левой границе модельной акватории предполагается наличие вертикальной непроницаемой стенки, правая граница предполагается открытой. При постановке краевых задач для математического моделирования на этих границах ставятся условия непротекания и свободного прохода соответственно. Для фиксации результатов моделирования установлены семь расчетных мареографов с координатами: $x_{M0} = x_{c0} - 1$, $x_{M1} = x_{c0} = 2.38$, $x_{Mi} = x_{M_{i-1}} + 2$, $i = 2, \dots, 6$.

В естественных условиях подводный оползень представляет собой перемещение некоторой массы грунта вдоль донной поверхности. Классификация оползней может быть

выполнена на основе классификации его морфологии, законов движения и т.п. При математическом моделировании обычно ограничиваются двумя модельными видами оползней, в англоязычной литературе называемыми слайдами (*slide*) и слампами (*slump*). Они представляют удобную схематизацию для широкого диапазона различных оползневых процессов. Реальные оползни, безусловно, требуют для своего изучения гораздо более сложных классификаций, однако результаты, полученные при исследовании поверхностных волн, образованных движением оползней в приближении слайдов и слампов, обеспечивают предварительные оценки основных характеристик волновых режимов, порождаемых оползневыми механизмами [3].

Оползень типа «слайд» можно определить как тонкий слой грунта, поступательно продвигающийся на большие расстояния. В работах [2,3] описан следующий закон движения слайда: $s(t) = s_0 \ln[\cosh(t/t_0)]$. При естественных физических условиях начальное ускорение и конечную установившуюся скорость можно определить в виде $a_0 = 0.3g \sin(\varphi)$, $u_t = 1.16\sqrt{bg \sin(\varphi)}$ соответственно. Тогда характерные время и расстояние вычисляются естественным образом: $t_0 \equiv u_t/a_0$, $s_0 \equiv u_t^2/a_0 \equiv u_t t_0$, [1–3]. Как показано в работе [2], при этих предположениях простое уравнение $s(t) = a_0 t^2/2$ обеспечивает хорошую аппроксимацию начального разгона тела, после чего движение становится равномерным и продолжается вплоть до окончания расчётов или остановки оползня по какой-либо причине.

Оползни второго вида («слампы») продвигаются на угол ϕ по дуге окружности радиуса R с центром в некоторой точке. Полагая значение ϕ малым, а R – относительно большим, эту дугу, вследствие её малой кривизны, можно приблизить отрезком прямой. Тогда закон движения можно аппроксимировать формулой $s(t) = s_0[1 - \cos(t/t_0)]$, где $s_0 = 0.5R\phi$, $t_0 = 1.84\sqrt{R/g}$; время движения равно $\pi \cdot t_0$.

В ходе вычислительных экспериментов, содержанию которых будут посвящены последующие разделы настоящей работы, для изучения перестройки волновых процессов при торможении и остановке оползня были воспроизведены волновые режимы, порожденные различными вариантами указанных выше двух типов оползневых механизмов (см. рис. 2). Так, для слайда изучены случай внезапной остановки тела во время равномерного движения и вариант, когда замедление происходило постепенно, вплоть до остановки. Когда закон движения предусматривал резкую остановку или завершение этапа торможения, то, за исключением одного случая, этот этап наступал в момент $t_{stop} = 30.0$.

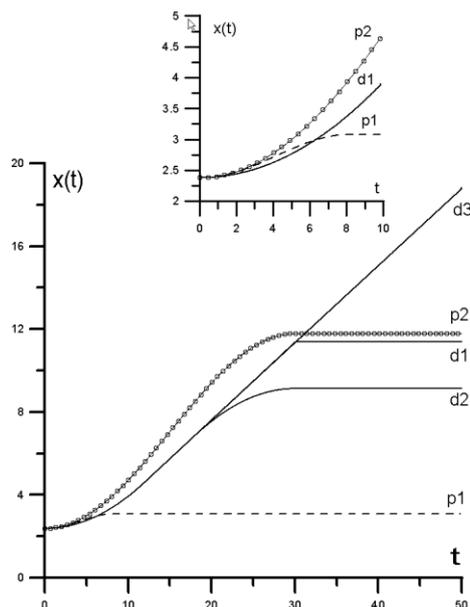


Рис. 2. Типы движения оползня: «слайд 1» (d1) – разгон, равномерное движение, остановка, покой; «слайд 2» (d2) – разгон, равномерное движение, торможение, покой; «слайд 3» (d3) – разгон, равномерное движение; «сламп 1» (p1) – разгон, торможение, покой; «сламп 2» (p2) – разгон, торможение, покой. На врезке – увеличенный фрагмент рисунка, иллюстрирующий особенности движений типа «сламп».

В тех случаях, когда это не оговаривается специально, для моделирования оползневых движений используются значения параметров, хорошо известные по работам С.Грилли и П. Уоттса [1,3]: $\Delta h = 0.05$, $b = 1.0$ (при этом эффективная длина оползня равняется примерно двум единицам), $h_{const} = 2.3$, $x_{c0} = 2.38$, $\varphi = 6^\circ$, $g = 1$, $R = 2.0$, $\phi = 0.35$.

Таким образом, тип движения «слайд 1» включает этапы разгона, равномерного движения и остановки: равноускоренное движение по закону $x_c(t) = x_{c0} + \frac{at^2}{2}$ до момента времени $t_1 = 11.96$, после этого равномерное движение по закону $x_c(t) = x_{c0} + u(t - t_1) + \frac{a(t_1)^2}{2}$ до момента времени $t_{stop} = 30$, наконец – окончательная остановка – $x_c(t) = x_{c0} + u(t_{stop} - t_1) + \frac{a(t_1)^2}{2}$. Тип движения «слайд 2» состоит из этапа разгона ($x_c(t) = x_{c0} + \frac{at^2}{2}$) до момента времени $t_1 = 11.96$, равномерного движения ($x_c(t) = x_{c0} + u(t - t_1) + \frac{a(t_1)^2}{2}$) до $t_2 = 18.04$, торможения ($x_c(t) = x_{c0} + u(t - t_1) + \frac{a(t_1)^2}{2} - \frac{a(t - t_2)^2}{2}$) до $t_{stop} = 30$, окончательной остановки ($x_c(t) = x_{c0} + u(t_{stop} - t_1) + \frac{a(t_1)^2}{2} - \frac{a(t_{stop} - t_2)^2}{2}$). Тип движения «слайд 3» самый простой: вначале разгон ($x_c(t) = x_{c0} + \frac{at^2}{2}$) до $t_1 = 11.96$, а затем равномерное движение

$(x_c(t) = x_{c0} + u(t-t_1) + \frac{a(t_1)^2}{2})$, продолжающееся до окончания расчета ($t_{final} = 50$). Для всех «слайдов» приняты следующие значения параметров: $a = 0.3 \sin(\varphi)$, $u = 1.16 \sqrt{\sin(\varphi)}$.

Типы движения «сламп» управляются другими законами. Так, для варианта «сламп 1» все начинается с разгона ($x_c(t) = x_{c0} + s_0(1 - \cos \frac{t}{t_{sl}})$) до момента времени $t_{stop} = \pi \cdot t_{sl}$, переходящего в покой: $x_c(t) = x_{c0} + 2s_0$. Здесь $s_0 = 0.5R\phi$, $t_{sl} = 1.84 \sqrt{\frac{R}{g}}$, $R = 2$, $\phi = 0.35$.

Вариант оползня «сламп 2» отличается только значением $R = 26.9$, что приводит к его остановке в момент, близкий $t_{stop} = 30$.

Как покажут в дальнейшем результаты расчетов, казалось бы незначительные отличия слайдов и слампов на стартовом участке движения приводят к принципиальным различиям генерируемых ими волновых режимов.

3. Математические модели.

В работе используется иерархия моделей, учитывающих изменение во времени донной поверхности: линейные и нелинейные модели мелкой воды, слабо нелинейные дисперсионные модели, полученные в [8] и совпадающие в случае ровного дна с известными моделями Мея-Меоте и Перегринна [11, 12], упрощенные варианты моделей Грина-Нагди [13] и Нвогу [14], одно- и двухслойные нелинейно-дисперсионные модели (НЛД) Лью-Линетта [6], а также полная модель течения идеальной жидкости [9]. Для записи уравнений вводятся обозначения: $u = u(x, t)$ – функция, связанная со скоростью жидкости, $z = \eta(x, t)$ – свободная поверхность, $h = h(x, t)$ – глубина жидкости, измеряемая от уровня покоя: $h(x, t) = h_0(x) + B(x, t)$, $B(x, 0) = 0$; $H(x, t) = \eta(x, t) + h(x, t)$. Тогда **линейные** и **нелинейные** уравнения мелкой воды принимают, соответственно, форму:

$$\begin{cases} H_t + (hu)_x = 0, \\ u_t + g\eta_x = 0, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} H_t + (Hu)_x = 0, \\ (Hu)_t + (Hu^2 + gH^2/2)_x = Hh_x. \end{cases} \quad (3)$$

Две системы слабо нелинейных дисперсионных уравнений для акваторий с нестационарным рельефом дна были предложены А. А. Дорфманом и Г. И. Яговдиком [8] (ввиду их совпадения с хорошо известными схемами из работ С. С. Mei, В. Le Mehaute [11] и D. Н. Peregrine [12] для стационарных рельефов дна далее будем их называть моделью **Мея-Меоте** и моделью **Перегрина** соответственно):

$$\begin{cases} H_t + (Hu)_x + 1/2(h_0^2 B_t)_{xx} = 1/6(h_0^3 u)_{xxx}, \\ u_t + uu_x + g\eta_x + (h_0 B_{tt})_x = 1/2(h_0^2 u_t)_{xx}, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} H_t + (Hu)_x + 1/2(h_0(h_0)_x B_t)_{xx} = 1/6(3h_0(h_0^2)_x u + h_0^2(h_0)_x u_x)_x, \\ u_t + uu_x + g\eta_x + 1/2(h_0 B_{tt})_x = (1/3h_0^2 u_{tx} + 1/2h_0(h_0)_x u_t)_x. \end{cases} \quad (5)$$

В ходе исследований, составивших предмет настоящей публикации, использовались также упрощенные варианты моделей Нвогу [6,10,14,] и Грина-Нагди [13]. Исходные формулировки этих моделей включают нелинейные дисперсионные члены, но не допускают учета движений дна.

С учетом нестационарности дна вариант модели **Грина-Нагди** примет вид:

$$\begin{cases} H_t + (Hu)_x = 0, \\ u_t + uu_x + g\eta_x + 1/6(h_0 B_{tt})_x = 1/2h_0^2 u_{txx} - 1/6h_0(h_0 u)_{xt}. \end{cases}$$

Слабо нелинейную модель **Нвогу** [14] выпишем в форме:

$$\begin{cases} H_t + (Hu)_x + (h_0(h_0/2 + z_\alpha)B_{tx})_x = [h_0/6(h_0^2 - 3z_\alpha^2)u_{xx} - h_0(h_0/2 + z_\alpha)(h_0 u)_{xx}]_x, \\ u_t + uu_x + g\eta_x + (z_\alpha B_{tx})_t = -[z_\alpha^2 u_{xx}/2 + z_\alpha(h_0 u)_{xx}]_t. \end{cases}$$

Вариант полностью нелинейной дисперсионной модели **Нвогу** имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} H_t + \frac{\partial}{\partial x}(Hu) &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ H \left[\left(\frac{1}{6}(\eta^2 - \eta h + h^2) - \frac{1}{2}z_\alpha^2 \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \left(\frac{1}{2}(\eta - h) - z_\alpha \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right] \right\}, \\ u_t + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2}u^2 + g\eta \right) &= -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{z_\alpha^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + z_\alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{z_\alpha^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + z_\alpha u \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \\ & \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{T^2}{2} - \eta \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\eta^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} - \eta u \frac{\partial T}{\partial x} + \eta T \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\eta^2}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 - u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $z_\alpha = z_\alpha(x, y, t) = \alpha h(x, y, t)$ – глубина, на которой вычисляется скорость, $\alpha = -0.531$,

$$T = \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t}.$$

Попытки построения моделей с дисперсионными соотношениями, наилучшим образом аппроксимирующими дисперсионное соотношение полной модели, привели авторов работы [6] к результату, полученному за счет уточненного воспроизведения вертикального профиля скорости. При этом удалось улучшить также учет линейных и нелинейных эффектов. Упомянутое здесь уточнение иллюстрируется графиками (см. рис. 3) отношения фазовых и групповых скоростей различных НЛД моделей к соответствующим значениям полной модели. Следует учесть, что эти кривые не учитывают эффектов нелинейности соответствующих моделей и ее взаимодействия с дисперсией.

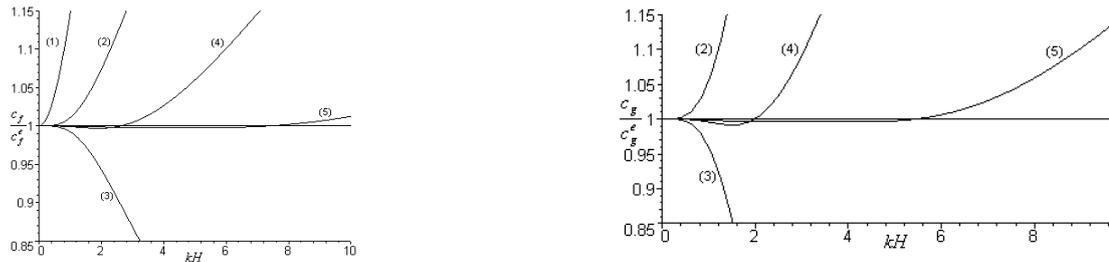


Рис. 3. Иллюстрация точности различных НЛД моделей. Отношение фазовых (слева) и групповых скоростей различных приближенных моделей к соответствующим значениям полной модели: (1) – классическая модель теории мелкой воды, (2) – модель Мея-Меоте, (3) – модели Перегринна и Грина-Нагди, (4) модель Нвогу, (5) – двухслойная модель Лью-Линетта. По горизонтальной оси отложено нормированное волновое число.

Вывод этой модели потребовал введения параметров, управляющих аппроксимационными свойствами дисперсионных кривых. Эти параметры определяют толщины виртуальных слоев, на которые разбивается исходный слой воды. Таким образом, возникают и виртуальные, условные границы раздела. Авторами получены результаты для $(2N-1)$ -параметрической модели (N -слойная), но для проведения вычислительных экспериментов используются одно- и двухслойные модели.

Когда слой воды разбивается на два, граница раздела задается функцией $\zeta = -0.376h$. В каждом из слоев на высоте $k_1 = -0.2h$, $k_2 = -0.68h$ вычисляются $u_1 = u_1(x, t)$ и $u_2 = u_2(x, t)$ – скорости жидкости на слоях k_n ($n=1, 2$). Коэффициенты k_n и положение границы раздела ζ подобраны так, чтобы дисперсионное соотношение модели было наиболее близко к дисперсионному уравнению для полной модели. Новая модель выглядит несколько громоздко, однако, как показали расчеты, такое усложнение представляет собой достаточно разумную цену за существенное уточнение результатов моделирования:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(h+\eta)}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x}[(\eta-\zeta)u_1 + (\zeta+h)u_2] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\eta^3 - \zeta^3}{6} - \frac{(\eta-\zeta)k_1^2}{2} \right) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \left(\frac{\eta^2 - \zeta^2}{2} - (\eta-\zeta)k_2 \right) \frac{\partial T_1}{\partial x} \right\} + \\ &\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\zeta^3 + h^3}{6} - \frac{(\zeta+h)k_2^2}{2} \right) \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \left(\frac{\zeta^2 - h^2}{2} - (\zeta+h)k_2 \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial(hu_2)}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \right) \right\}, \\ \frac{\partial U_1}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} u_1^2 + g\eta \right) - \\ &-\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{2} (k_1^2 - \eta^2) u_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + (k_1 - \eta) u_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{1}{2} (T_1 + \eta \frac{\partial u_1}{\partial x})^2 - \frac{\partial \eta}{\partial t} (\eta \frac{\partial u_1}{\partial x} + T_1) \right\} - \\ &\frac{\partial}{\partial t} \left\{ (k_1 - \eta) \frac{\partial}{\partial x} \left(\zeta \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial(hu_2)}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \right) - \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(\zeta \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial(hu_2)}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \right) \right\}, \\ u_2 &+ \left\{ \frac{k_2^2 + \zeta^2 - 2\zeta k_1}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + (k_2 - k_1) \frac{\partial^2(hu_2)}{\partial x^2} + (\zeta - k_1) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial u_2}{\partial x} \right\} = \\ u_1 &+ \left\{ \frac{(k_1 - \zeta)^2}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - (k_1 - \zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial u_1}{\partial x} + (k_1 - k_2) \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} \right\}, \\ U_1 &= u_1 + \frac{k_1^2 - 2k_1 k_2 - \zeta^2 + 2\zeta \eta}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \left(\zeta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \zeta \frac{\partial \zeta}{\partial x} - k_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \frac{\partial u_1}{\partial x}, T_1 = \eta \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} - \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial(hu_2)}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t}. \end{aligned}$$

Если задать $k_1 = -0.531h$ и $k_2 = \zeta = -h$, а третье уравнение заменить равенством $u_2 = u_1$, то модель становится однослойной, а соответствующая система уравнений сводится к уравнениям нелинейно-дисперсионной модели Нвогу (6).

4. Вычислительные алгоритмы.

В качестве численных алгоритмов применялись простые, но эффективные конечно-разностные схемы. Для гиперболических систем (2), (3) был использован численный метод, построенный на базе схемы Мак-Кормака. Для нелинейно-дисперсионных уравнений разработаны схемы второго порядка аппроксимации, содержащие ряд управляющих параметров, позволяющих избирательно применять процедуру сглаживания. Для численного решения уравнений Нвогу и Лью-Линетта использовался конечно-разностный аналог схемы Адамса четвертого порядка аппроксимации по времени и по пространству [10]. В случае нелинейно-дисперсионных уравнений соответствующая схема обладает вторым порядком аппроксимации по пространству. Авторы предполагают в ближайшее время опубликовать статью, посвященную детальному описанию упомянутых алгоритмов и результатам их исследования, в том числе, на специально подобранных модельных задачах.

Для аппроксимации полной гидродинамической модели применялись схемы на криволинейной сетке, адаптирующейся к геометрии расчетной области [9].

5. Вычислительные эксперименты.

План вычислительных экспериментов, результаты которых излагаются в этом разделе, предусматривал исследование зависимостей характеристик волновых режимов, порожденных движением затопленного оползня, от его размеров (толщина, длина), первоначального заглубления и законов движения. Для решения этих задач, прежде всего, следовало определить наиболее достоверную и в то же время достаточно экономичную математическую модель. Проблема сравнительного изучения различных математических моделей в контексте исследования оползневой генерации поверхностных волн, в частности, волн цунами, в последние годы привлекает авторов. Следует упомянуть выполненные в 2000-2005 гг. работы по исследованию различных моделей движения оползней и работы по совместному лабораторному и вычислительному моделированию рассматриваемых здесь процессов [4,5]. Эти исследования показали, что самые общие характеристики изучаемых волновых режимов могут быть определены с помощью простейших моделей теории мелкой воды (2), (3). Главным образом это касается волн, распространяющихся в сторону уменьшения глубин – в сторону берега, противоположную направлению движения оползня. Однако, волны, распространяющиеся в мористом, попутном оползню направлении, требуют для своего воспроизведения учета вертикальных процессов. Этот вывод подтверждается близостью результатов, полученных с помощью полной гидродинамической модели, и экспериментальных данных.

В то же время, высокая ресурсоемкость полной модели стимулировала поиск приближенных моделей волновой гидродинамики, способных обеспечить с необходимой точностью учет негидростатичности давления и сложные взаимодействия нелинейных и дисперсионных эффектов. Поиск таких моделей из множества перечисленных НЛД моделей и стал первой важнейшей задачей настоящего исследования. При этом авторы отказались от дорогостоящих лабораторных экспериментов, используя в качестве эталона материалы, рассчитанные с помощью полной модели.

Для сравнения различных моделей была проведена серия вычислительных экспериментов по моделированию волнового режима, порожденного оползнями типа «слайд 1» и «сламп 1».

Сравнение различных моделей.

На серии рисунков (рис. 4–9) в различных комбинациях изображены графики мареограмм, рассчитанных в первой и седьмой (последней) точках записи. Именно в этих точках наиболее полно проявляются характерные особенности волновых полей, частично упомянутые выше. Первый мареограф записывает волну, распространяющуюся к берегу, а седьмой – в мористую часть акватории. Как показывают графики (рис. 4), при законе движения оползня «слайд 1» в первую точку вначале приходит волна понижения, ассоциируемая с этапом разгона, за которой следует длинная и пологая волна повышения, связанная с этапом равномерного движения, и, наконец, наступает момент, когда почти одновременно проявляются волны, порожденные резкой остановкой оползня и отражением от береговой стенки (фрагмент (a)). Эти эффекты подтверждаются мареограммами второй точки (b), в которой «волна остановки» и «волна отражения» полностью разделены. Следует обратить внимание и на пунктирные линии графиков на фрагментах (a) и (b), соответствующие закону движения «сламп 1», отличающемуся иным законом разгона и отсутствием этапов равномерного движения и мгновенной, резкой остановки, что приводит к отсутствию волн «равномерного движения» и «остановки». Детальное рассмотрение указанных фрагментов показывает, что в прибрежной зоне все, даже самые простые, математические модели приводят к неразличимым результатам, разве что за исключением волн «остановки» и «отражения», особенно отчетливо воспроизводимых моделью мелкой воды. Принципиальное отличие волн, распространяющихся в попутном оползню направлении, иллюстри-

рует фрагмент (с), на котором изображены мареограммы, рассчитанные в последней (седьмой) мареографной точке по линейным и нелинейным уравнениям теории мелкой воды. Сюда первой приходит волна повышения, за ней следует волна понижения, связанная с прохождением тыловой зоны оползня (как для движения «слайд 1», так и для движения «сламп 1») и завершается мареограмма (для движения «слайд 1») резкой волной понижения – волной «равномерного движения и остановки». В случае движения «сламп 1» таких эффектов нет.

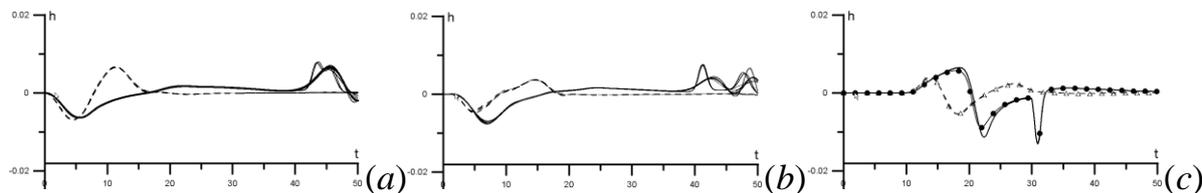


Рис. 4. Результаты, рассчитанные с использованием всех моделей для вариантов движения оползня «слайд 1» (сплошная) и «сламп 1» (пунктир) в первой (а) и второй (b) точках. На фрагменте (с) изображены результаты, рассчитанные в седьмой точке по линейной (маркеры) и нелинейной теории мелкой воды.

Для этого типа движения, как показывают графики (рис. 5), все модели и в удаленной, седьмой, точке также приводят к близким результатам, т.е. оползень – «сламп 1» порождает волновые движения, лишенные ярко выраженных вертикальных эффектов. Хотя на фоне волны, прекрасно воспроизводимой простейшими моделями, хорошо видны мелкомасштабные осцилляции, связанные с дисперсионными эффектами.

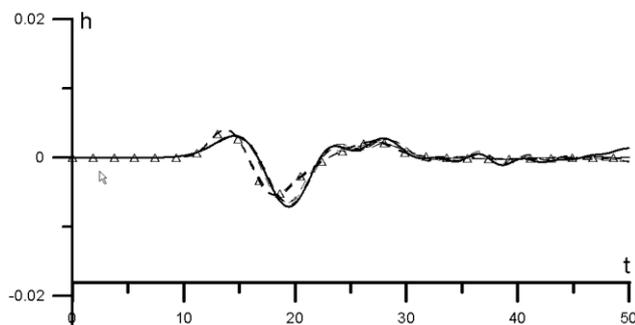
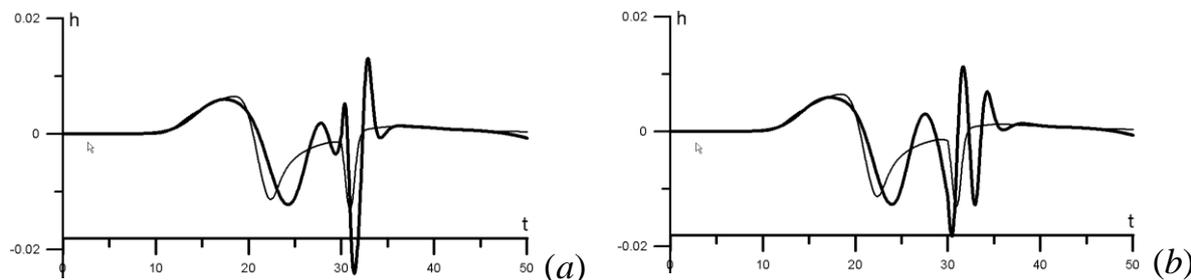


Рис. 5. Результаты, рассчитанные для варианта движения оползня «сламп 1» с использованием всех моделей в седьмой точке. Маркерами отмечены результаты, полученные по линейной модели мелкой воды.

Таким образом, для поиска ответа на поставленный выше вопрос о выборе наиболее адекватной приближенной модели, следует обратиться к анализу мареограмм, рассчитанных для закона движения «слайд 1» в удаленной мористой (седьмой точке).



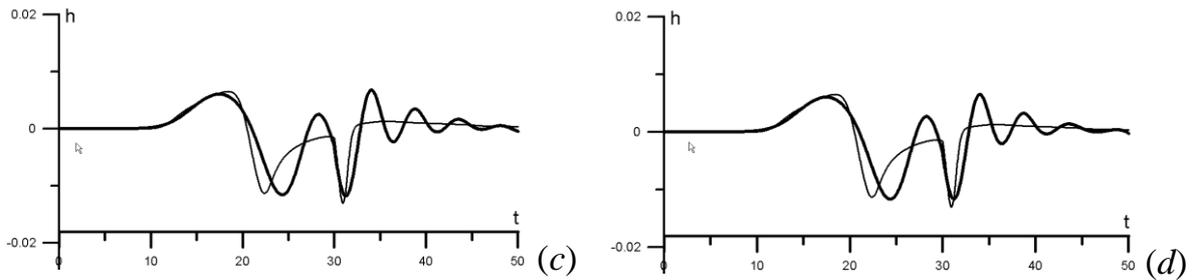


Рис. 6. Результаты, рассчитанные для оползня, движущегося по закону «слайд 1» в седьмой точке по НЛД моделям (жирные линии) с линейной дисперсией. Модель Мея-Меоте – (a), упрощенная модель Нвогу – (b), модель Перегринна – (c), модель Грина-Нагди – (d). Для сравнения приведены результаты, рассчитанные с использованием модели нелинейной мелкой воды (тонкие линии).

С этой целью следует сначала обратиться к результатам, рассчитанным по НЛД моделям с линейными дисперсионными членами (рис. 6). Как видно, учет дисперсии, даже в ее линейном представлении, приводит к существенному усложнению волнового режима при одновременном сохранении базовых характеристик. Следует отметить близость результатов, полученных по моделям Перегринна и Грина-Нагди – их линейные аналоги совпадают (см. рис. 3). Следующим вопросом, естественно, является вопрос о важности учета нелинейных дисперсионных членов. Для этого следует сначала рассмотреть результаты, полученные по НЛД моделям с нелинейной дисперсией (в сравнении с результатами, полученными по нелинейной модели теории мелкой воды – рис. 7), а затем сравнить их с результатами, рассчитанными с помощью полной модели. Даже предварительный анализ мареграмм подтверждает плодотворность подхода Лью-Линетта и безусловное возрастание точности воспроизведения исследуемого процесса при увеличении числа «слоев».

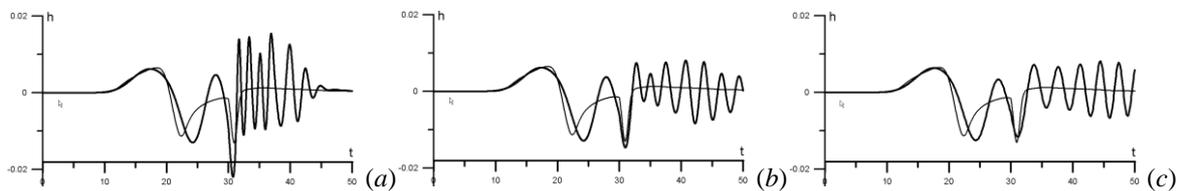


Рис. 7. Результаты, рассчитанные для оползня, движущегося по закону «слайд 1» в седьмой точке по НЛД моделям (жирные линии) с нелинейной дисперсией и полной модели. Одно-слойная модель Лью-Линетта – (a), двухслойная модель Лью-Линетта – (b), полная модель – (c). Для сравнения приведены результаты, рассчитанные с использованием модели нелинейной мелкой воды (тонкие линии).

Наглядное представление о количественном и качественном выражении важности учета нелинейной дисперсии можно получить, сравнивая результаты, рассчитанные по исходной (нелинейная дисперсия) и упрощенной (линейная дисперсия) моделям Нвогу (см. рис. 8). Обе модели одинаково описывают значительную (по продолжительности) часть волнового процесса и существенно различаются в моделировании диспергирующего волнового следа.

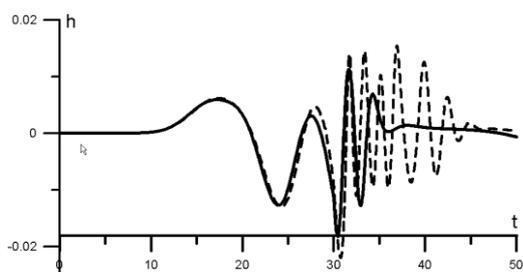


Рис. 8. Эффект нелинейной дисперсии: результаты, рассчитанные для оползня, движущегося по закону «слайд 1» в седьмой точке по НЛД моделям с линейной и нелинейной дисперсией. Модели Нвогу с нелинейной (однослойная модель Лью-Линетта) – пунктир – и с линейной дисперсией – сплошная линия.

Наконец, окончательный этап анализа, приводящий к выбору модели для последующих исследований, состоит в сравнении перспективных НЛД моделей с полной (рис. 9). Фрагменты (a) и (b) с очевидностью приводят к выводу о перспективности для рассматриваемого класса задач двухслойной модели Лью-Линетта и возможности использования ее однослойного варианта для начальных стадий процесса. На фрагменте (c) даны результаты сравнения упомянутых НЛД-моделей.

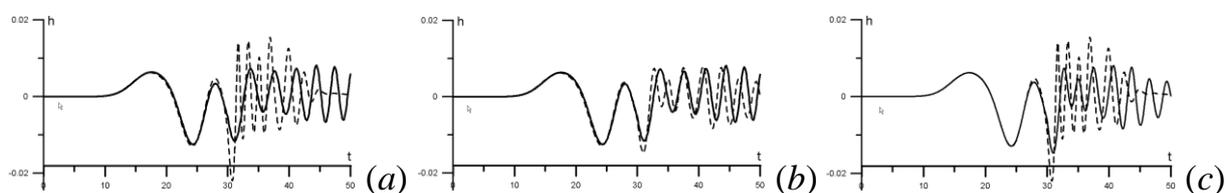


Рис. 9. Мареограммы, рассчитанные для оползня, движущегося по закону «слайд 1» в седьмой точке. Оценка точности НЛД-моделей с нелинейной дисперсией (пунктир): (a) – однослойная, (b) – двухслойная модели Лью-Линетта в сравнении с результатами, полученными с помощью полной модели (сплошные линии), (c) – сравнение однослойной (пунктир) и двухслойной (сплошная линия) моделей.

Наглядной иллюстрацией важности учета вертикальных эффектов могут стать картины линий тока, рассчитанные в рамках полной модели для различных этапов волнового процесса (рис. 10).

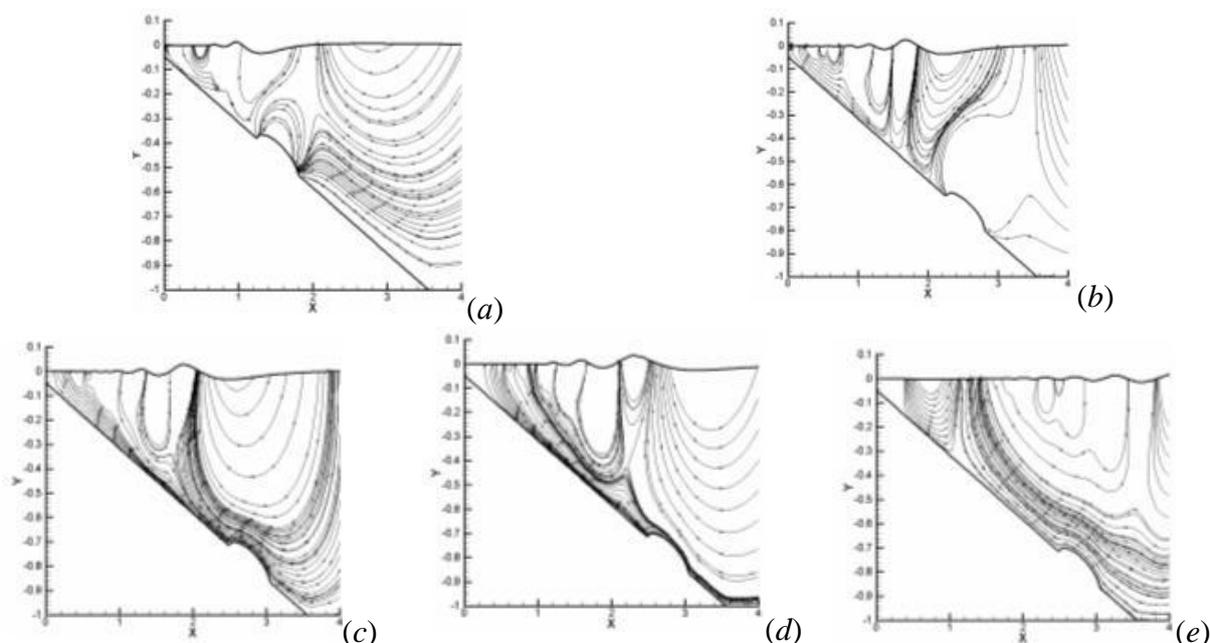


Рис. 10. Линии тока, рассчитанные для движения типа «слайд 1»: (a) – в начальной стадии процесса, (b) – перед остановкой оползня, (c) – в момент остановки оползня, (d) – сразу после

остановки оползня, (e) – на завершающей стадии расчета

Сравнение различных законов движения. Исследование особенностей волновых режимов, обусловленных особенностями механизмов их генерации, выполнялось с использованием двухслойной модели Лью-Линетта. С целью выявления эффектов нелинейной дисперсии аналогичные расчеты проводились в рамках нелинейной теории мелкой воды. Наглядное представление результатов может быть получено при рассмотрении «пространственных» картинок (рис. 11).

Как видно из рисунков, в момент начала движения в сторону берега уходит небольшая волна понижения. Перед телом образуется волна повышения, которая во время разгона, оставаясь постоянной по амплитуде, увеличивает свою длину за счёт того, что передний её фронт уходит в сторону глубокой воды со скоростью \sqrt{gh} , а задний перемещается вместе с оползнем. После начала равномерного движения оползня эта волна отделяется и уходит вперёд. Образовавшаяся волна понижения сопровождает оползень, а в случае резкой остановки она также отделяется от тела и уходит в мористом направлении. Такая резкая остановка генерирует волну повышения, распространяющуюся в сторону мелководья. Каждая перестройка движения приводит к генерации систем волн, распространяющихся к берегу и от него с различными амплитудами и характерными горизонтальными размерами. Наиболее ярко указанные выше эффекты проявляются при законе движения «слайд 1», вариант «слайд 2» демонстрирует эффект отсутствия резкой остановки, а вариант «слайд 3» показывает проявление эффекта длительного равномерного движения.

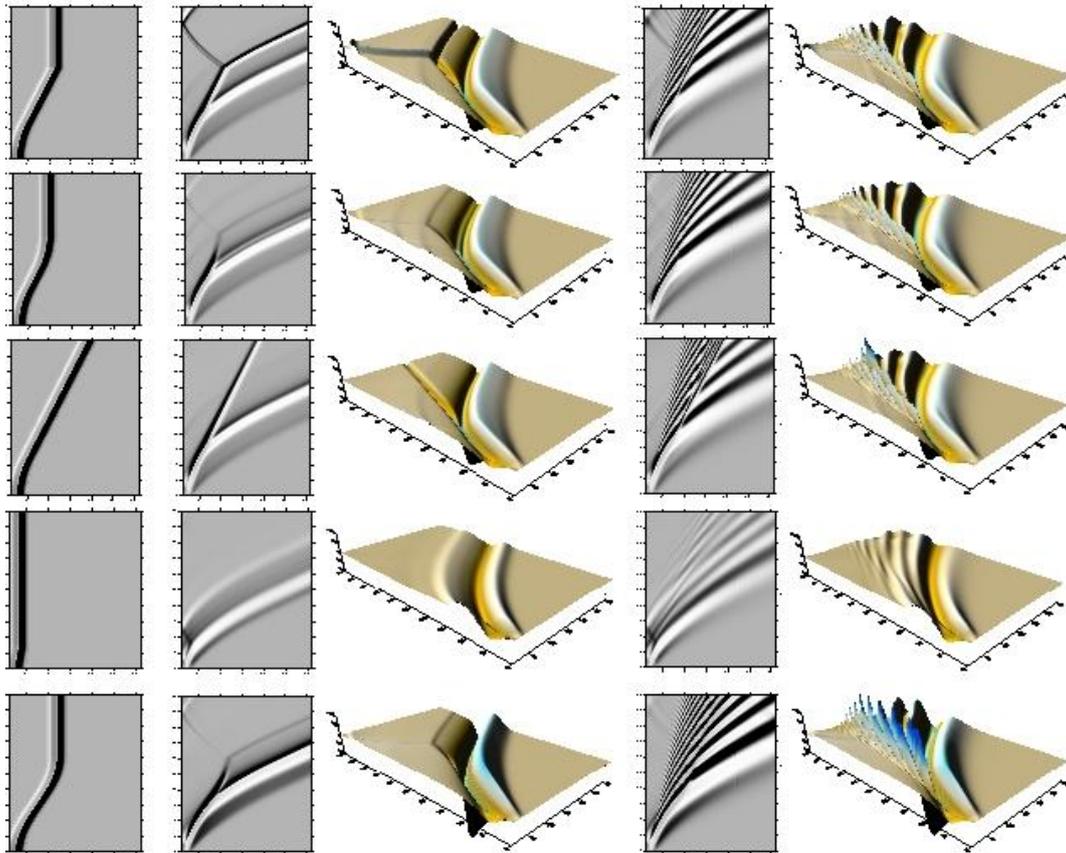


Рис. 11. Волновые режимы, генерируемые оползнями, движущимися по различным законам движения: первый ряд – «слайд 1», второй – «слайд 2», третий – «слайд 3», четвертый – «сламп 1», пятый – «сламп 2». Первая колонка – движения оползня (вид сверху), вторая и третья – результаты, рассчитанные с помощью нелинейной модели теории мелкой воды, третья и четвертая

– по двухслойному варианту модели Лью-Линетта. По горизонтальной оси отложено расстояние, а по вертикальной – время.

Тип движения «сламп 1» характеризуется высокой эффективностью даже кратковременного этапа разгона по траектории слампа. При этом рост длительности этапа разгона («сламп 2») приводит к росту амплитуд, уходящих в мористом направлении, в то время как амплитуда волны, распространяющейся в сторону берега, оказывается большей при коротком разгоне («сламп 1»). Двухслойная модель в целом воспроизводит те же эффекты, но за счёт дисперсии демонстрирует более сложную картину течения с цугом волн, распространяющихся в зону большой глубины. При этом процесс перестройки волнового режима в моменты изменения закона движения тела также усложняется.

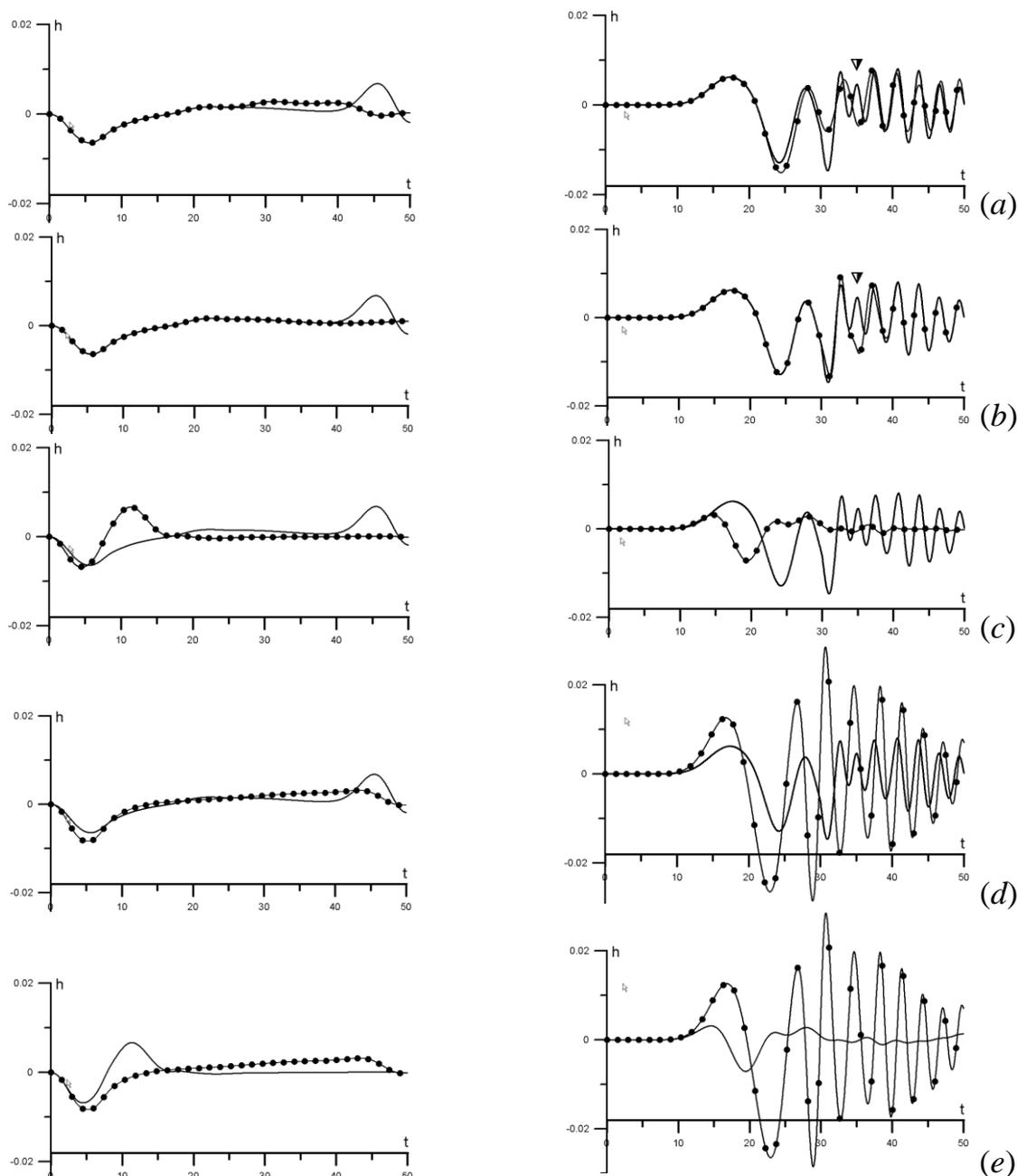


Рис. 12. Эффекты, обусловленные различными типами движений оползня. Мареограммы, рассчитанные в первой (слева) и в седьмой (справа) точках с помощью двухслойной НЛД модели с нелинейной дисперсией и улучшенным дисперсионным отношением.

Для более детального сравнения различных механизмов генерации оползневых волн следует рассмотреть серию мареограмм, рассчитанных в первой (прибрежной) и в седьмой (морской) точках (рис. 12). В качестве эталонных предлагается рассматривать результаты, полученные для механизмов «слайд 1» и «сламп 1». Именно с ними и будут сравниваться другие механизмы. Так, при сравнении мареограмм, соответствующих движениям «слайд 1» и «слайд 2», в первой точке явно выделяется долгопериодная волна «равномерного движения», сопровождаемая волной «торможения», распространяющиеся в сторону берега, и волны «остановки», явственно различимые на обоих мареографах. Для движения «слайд 2» этап равномерного движения укорочен и вместо резкой остановки имеет место плавное торможение. Мареограммы, рассчитанные для варианта движения «слайд 3», значительно проще, так как в этом движении нет ни торможения, ни остановки.

Движение типа «сламп 1» обращает на себя внимание значительным уменьшением периода головной волны и уменьшением амплитуд следующего за ней диспергирующего цуга волн. Эти эффекты обусловлены уже отмечавшимся резким уменьшением длительности соответствующего этапа разгона. Увеличение продолжительности этого этапа для движения типа «сламп 2» уменьшает амплитуду головной волны, распространяющейся к берегу, и добавляет долгопериодное возвышение, ассоциируемое с длительным переходом от разгона к остановке оползня. Амплитуда головной волны, направляющейся в сторону увеличения глубины, напротив, значительно увеличивается, как и амплитуды волн, составляющих последующий диспергирующий цуг. Последний фрагмент рисунка (*e*) позволяет непосредственно сравнить результаты для движений «сламп 1» и «сламп 2».

На всех фрагментах сравниваются результаты, соответствующие закону движения «слайд 1» с другими (маркеры): фрагмент (*a*) – «слайд 2», фрагмент (*b*) – «слайд 3», фрагмент (*c*) – «сламп 1», фрагмент (*d*) – «сламп 2», (*e*) – сравнение мареограмм, рассчитанных для законов движения «сламп 1» и «сламп 2» (маркеры). На фрагментах (*a*), (*b*) справа стрелкой отмечены волны, обусловленные резкой остановкой оползня.

Зависимость от геометрических характеристик оползня. Заключительный раздел работы посвящен определению зависимости характеристик волновых режимов от геометрических параметров оползня. Планирование этого цикла вычислительных экспериментов в значительной степени базировалось на выводах, сформулированных в предыдущих разделах. Так, источником волнообразования стали движения типа «слайд 3» с той или иной модификацией отдельных параметров.

Для исследования зависимости от толщины оползня (рис. 13) рассматривались значения $\Delta h = 0.01$ и $\Delta h = 0.1$. Здесь расчеты проводились с использованием двухслойной модели Лью-Линетта, а также полной модели, линейной и нелинейной моделей теории мелкой воды. Мареограммы, записываемые в точках, $x_{M1} = x_{c0} = 2.38$, $x_{M2} = 4$, $x_{M3} = 6$, $x_{M4} = 8$, показывают, что характеристики волнового режима изменяются одинаково как для волн, распространяющихся к берегу, так и для волн, зарегистрированных в мористой точке (увеличение амплитуды), при этом преобладают нелинейные эффекты, что приводит к резкому выделению результатов, рассчитанных по линейной модели.

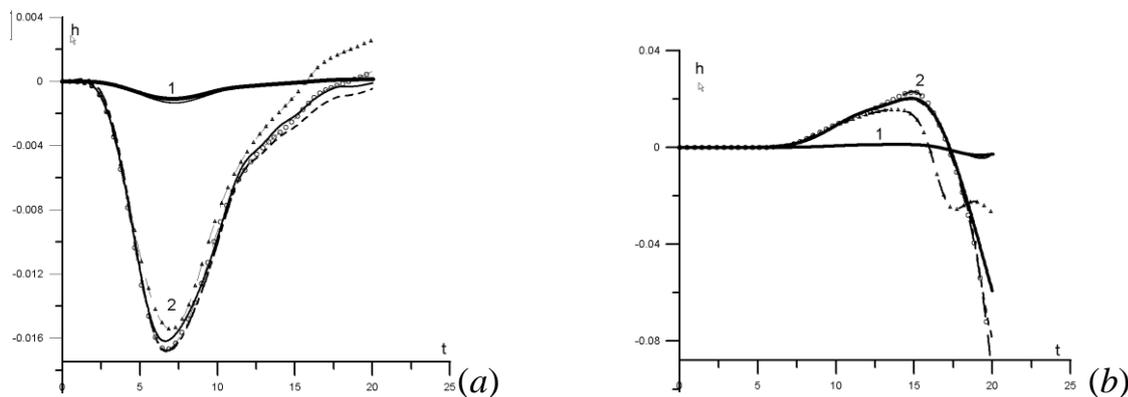


Рис. 13. Зависимость от толщины оползня: кривые «1» – толщина равна 0.01, кривые «2» – 0.1. Мареограммы, рассчитанные для движения оползня типа «слайд 3» в первой (а) и четвертой (б) точках. Результаты получены с помощью различных моделей: полная (сплошные линии), НЛД модели Лью-Линетта (одно и двухслойная) – пунктир, нелинейная мелкая вода – штрих-пунктир с кружочками, линейная мелкая вода – штрих-пунктир с треугольниками.

Увеличение длины оползня от значений $b=1.0$ до значения $b=3.0$ (см. рис. 14) приводит к росту амплитуды с сохранением основных тенденций во всех точках.

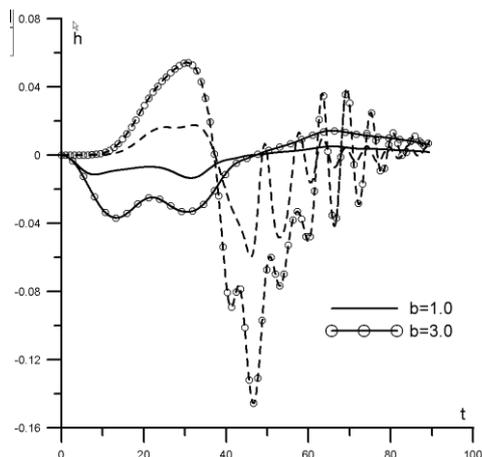


Рис. 14. Зависимость от длины оползня: $b = 1.0$ (линии без маркеров), $b = 3.0$ (маркеры), $x_c = 4.38$, толщина = 0.05. Мареограммы, рассчитанные для движения оползня типа «слайд 3» в первой (сплошные линии) и четвертой (пунктир) точках. Результаты получены с помощью двухслойной НЛД модели Лью-Линетта.

Изменение заглубления центра масс (рис. 15), при котором его начальная координата изменяется с $x_c = 2.38$ до $x_c = 4.38$ приводит к некоторому усложнению характера волнового процесса в прибрежной точке с одновременным уменьшением амплитуды волны, в мористой точке также уменьшаются амплитуды колебаний, но частотный характер сохраняется практически неизменным. На рис. 15 показаны данные, нормированные на величину начального заглубления d по амплитуде и на величину \sqrt{gd} по времени.

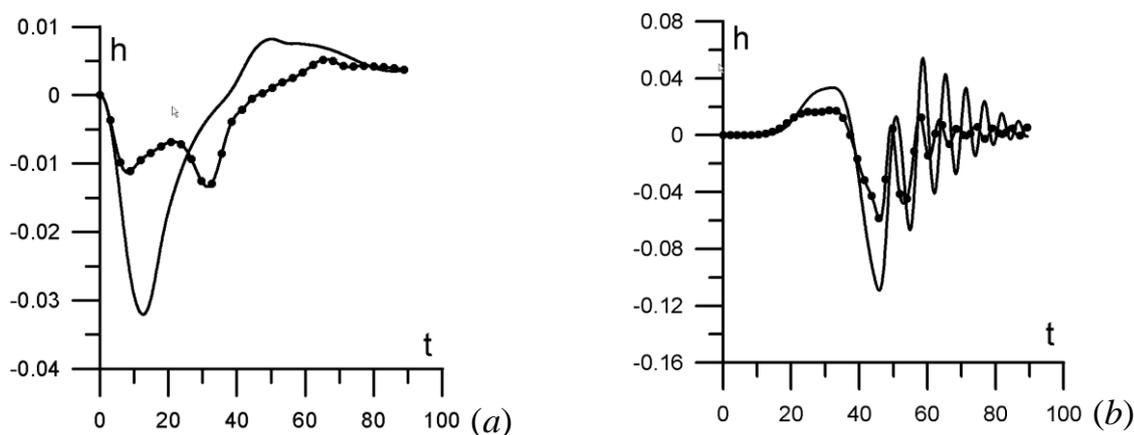


Рис. 15. Зависимость от заглубления центра масс оползня: $x_c = 2.38$ и $x_c = 4.38$ (маркеры), $b = 1.0$, толщина = 0.05. Мареограммы рассчитаны для движения оползня типа «слайд 3» в первой (a) и пятой точках (b). Результаты получены по двухслойной НЛД модели Лью-Линетта.

Заключение

В работе изложены результаты численного моделирования оползневой механизма генерации поверхностных волн в прибрежных акваториях. Этот круг проблем непосредственно связан с изучением особенностей волн цунами, порожденных движением наносов, сосредоточенных в устьях больших рек. Такие движения могут быть инициированы даже слабыми землетрясениями, не способными вызвать волну цунами исключительно посредством сейсмических механизмов. Основными результатами работы являются сравнительное изучение различных приближенных моделей волновой гидродинамики и определение двухслойной модели Лью-Линетта, как наиболее адекватной математической модели для решения задач указанного круга. С помощью этой модели, в частности, исследованы зависимости основных характеристик волновых режимов от законов движения оползня, а также от его геометрических параметров.

Библиография

1. Grilli S.T., Watts P. Modeling of waves generated by moving submerged body. Applications to underwater landslide // Engineering Analysis with boundary elements. – 1999. – Vol. 23. – P. 645–656.
2. Watts P., Imamura F., Grilli S. T. Comparing model simulations of three benchmark tsunami generation cases // Science of Tsunami Hazards. – 2000. – Vol. 18. – No 2. – P. 107–123.
3. Watts P., Grilli S. T., Kirby J.T., Fryer G.J., Tappin D.R. Landslide tsunami case studies using a Boussinesq model and a fully nonlinear tsunami generation model // Natural Hazards and Earth System Sciences. – 2003. – Vol. 3. – No 5. – P. 391–402.
4. Елецкий С.В., Майоров Ю.Б., Максимов В.В., Нуднер И.С., Федотова З.И., Хажоян М.Г., Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б. Моделирование генерации поверхностных волн перемещением фрагмента дна по береговому склону // Совместный вып. журнала “Вычислительные технологии” и журнала “Вестник КазНУ им. Аль-Фараби”. Серия математика, механика, информатика № 3 (42). – Казахстан, Алматы. – 2004. – Т. 9. – Ч. II. – С. 194–206.
5. Чубаров Л.Б., Федотова З.И., Елецкий С.В. Численное моделирование генерации волн движением оползня // Тр. Межд. Конф. по вычисл. математике. Ч. II. – Новосибирск: ИВМ и МГ СО РАН. – 2004. – С. 753–758.
6. Lynett P.J., Liu P.L.-F. A two-layer approach to water wave modeling // Proc. Royal Society of London. A. – 2004. – Vol. 460. – P. 2637–2669.

7. *Lynett P.J., Liu P.L.-F.* A numerical study of submarine-landslide-generated waves and run-up. // Proc. Royal Society of London. A. – 2002. – Vol. 458. – P. 2885–2910.
8. *Дорфман А.А., Яговдик Г.И.* Уравнения приближённой нелинейно-дисперсионной теории длинных волн, возбуждаемых перемещениями дна и распространяющихся в бассейне переменной глубины // Числ. мет. мех. спл. среды. – Новосибирск, 1977.–Т.8. – № 1.– С.36–48.
9. *Хакимзянов Г.С., Шокин Ю.И., Барахнин В.Б., Шокина Н.Ю.* Численное моделирование течений жидкости с поверхностными волнами // Новосибирск, Сиб. отд-ние, 2001. 393 с.
10. *Wei G., Liu J.T.-F.* A time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations // J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engng. – 1995. – Vol. 120. – P. 251–261.
11. *Mei C.C., Le Mehaute B.* Note on the Equations of Long Waves on Uneven Bottom // J. Geophys. Res. – 1966. – Vol. 72. – No.2. – P. 815–827.
12. *Peregrine D.H.* Long Waves on a Beach // J. Fluid Mech. – 1967. – Vol. 27. – Pt 4. – P. 815–827.
13. *Green A.E., Naghdi D.M.* A derivation of equations for wave propagation in water at variable depth // J.Fluid Mech. – 1976. – Vol. 78.– Pt 2. – P. 237–246.
14. *Nwogu O.* Alternative form of Boussinesq equations for near shore wave propagation // J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engng. – 1993. – Vol. 119. – P. 618–638.